

Halbzeiten-Repetition gesundheitlich-soziales Profil

Termumformungen:

1. Vereinfachen Sie:

a) $\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right)$ ohne TR

b) $\frac{(x^2 + 8x + 16)(5 - x)}{(x^2 - 5x)(x^2 - 16)}$ ohne TR

Lineare Gleichungen, Textaufgaben dazu

2. Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{5}{x^2 + x} - \frac{1}{1 - x^2} = 0 \quad \text{ohne TR}$$

3. Ein Kapital 1 ist zu 5% angelegt.

Kapital 2 ist um 6000 Fr. kleiner als Kapital 1 und ist zu 4% angelegt.

Der Jahreszins von Kapital 1 ist um CHF 420.- höher als der Jahreszins von Kapital 2. Wie gross ist Kapital 1? Die Aufgabe ist mit einer Gleichung zu lösen. Variablendeklaration obligatorisch.

4. Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 8. Die Zahl ist um 10 grösser als das Doppelte der Spiegelzahl. Wie heisst die ursprüngliche Zahl? Die Aufgabe ist mit einer Gleichung zu lösen. ohne TR

Gleichungssysteme, Textaufgaben mit 2 - 3 Unbekannten

5. Bringen Sie das Gleichungssystem durch eine passende Substitution in casio-taugliche Form und bestimmen Sie dann die Lösungen:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{4}{z} &= 9 \\ \frac{-2}{x} - \frac{3}{y} + \frac{1}{z} &= -6 \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} &= 4 \end{aligned}$$

6. Lösen Sie mittels geeigneter Substitution + Casio

$$\frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 4$$

$$\frac{3}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 5$$

Casio nach Substitution

7. Ein Autofahrer braucht für 120 km Weg 1 h 45 min.

Auf dem Autobahnstück beträgt seine Durchschnittsgeschwindigkeit 105 km / h, auf dem Rest 60 km / h.

Sie lang sind die Streckenanteile x (=Anzahl km Autobahn) und y (= Anzahl km übrige Strassen)?

8. Zwei Ziffern bilden eine natürliche Zahl, die vier Mal so gross ist wie ihre Quersumme und um 9 kleiner als die Spiegelzahl.

Man bestimme die beiden Ziffern. Die Aufgabe ist mit einem Gleichungssystem zu lösen.

9. Zwei Praliné-Sorten kosten 5.76 Fr. pro 100 g und 7.36 Fr. pro 100 g.

Wieviele Gramm jeder Sorte sollte es in einem 500 g- Päcklein haben, das CHF 34.- kostet?

10. Um einen Auftrag zu erledigen, hat man 3 Maschinentypen: A, B und C.

Arbeiten je eine Maschine A und B, dauert das Erledigen 15 h.

Arbeiten eine Maschine B und eine Maschine C, dauert es 20 h.

Arbeiten eine Maschine A und eine Maschine C, dauert es 12 h.

Wie lange hätte jede Maschine allein für das Erledigen des Auftrags?

11. Ein Zug hat normalerweise für seine Stammstrecke 50 Minuten.

Eines Tages fährt er mit 5 Minuten Verspätung los. Er erreicht sein Ziel trotzdem fahrplanmässig durch eine um 10 km / h erhöhte Durchschnittsgeschwindigkeit.

Berechnen Sie die Länge x der Stammstrecke und die normale Durchschnittsgeschwindigkeit y des Zuges.

12. Klara besitzt drei verschiedene Sorten von Münzen, nämlich 5 Stück von Sorte 1, 7 Stück von Sorte 2 und 8 Stück von Sorte 3 im Gesamtwert von CHF 56.50.

Gäbe sie ihrer kleinen Schwester von jeder Sorte je eine Münze ab, so bliebe Klara noch ein Betrag von CHF 49.-.

Sie ist aber grosszügiger und gibt ihrer Schwester alle Münzen der ersten Sorte und die Hälfte der Münzen der dritten Sorte; auf diese Art verbleiben Klara noch CHF 34.-. Welchen Wert in CHF hat eine Münze von der Sorte 1, 2 und 3?

13. Eine alte Druckmaschine benötigt für die Erledigung eines Auftrags 24 min länger als die neue Maschine allein.

Nachdem die alte Maschine allein 15 min lang produziert hat, wird noch die neue Maschine dazugeschaltet. Der Auftrag ist dadurch nach *weiteren* 11 min erledigt. Wie lange hätte die neue Maschine allein für diesen Auftrag benötigt?

14. Lösen Sie mittels Substitution $x^2 = u$: $10x^4 = 29x^2 - 20.449$ (+ Casio)

15. $\frac{x^2 - 2}{x - 2} + 1 = \frac{2}{x - 2}$.

Vergessen Sie nicht, allfällige Scheinlösungen auszusondern. Ohne TR

16. Für 30 km braucht Fahrzeug A 5 min weniger lang als Fahrzeug B, weil Fahrzeug A um durchschnittlich 5 km / h schneller fährt. Wie schnell fährt B?

17. Zu CHF 11'000.- Guthaben wird Ende Jahr der Zins gutgeschrieben. Unmittelbar danach erfolgt ein Barbezug von CHF 1'770.- Nach dem 2. Jahr wird der Zins wieder gutgeschrieben. Das Guthaben beträgt anschliessend CHF 10'700.-

Wie hoch war der stets konstante Zinssatz?

Lineare Funktion, Geradengleichung, Parallele und Senkrechte, Zweipunkte-Aufgabe, Schnittpunkte berechnen

18. Eine Notenskala sieht wie folgt aus: Für 0 Punkte ergibt sich Note 1, für 15 Punkte die Note 6. Wie sieht die lineare Notenfunktion aus? (x = Anzahl Punkte, y = Note). Skizzieren Sie diese lineare Funktion. Ohne TR

19. Eine Kerze von 1.2 m Länge brennt pro Stunde um 0.04 cm herunter. Wie lautet die Gleichung der linearen Funktion? x = Anzahl Stunden ab Anzünden, y = aktuelle Länge der Kerze in Metern. Skizzieren Sie die lineare Funktion. Ohne TR

20. Gegeben ist die Gerade g : $y = 5x + 2$. Gesucht ist die Gerade h , welche zu g senkrecht steht und die ferner durch den Punkt $P(-2 | 4)$ verläuft. Ohne TR

21. Die Gerade g geht durch $A(1 | 1.5)$ und $B(4 | -3)$. Die Gerade h geht durch $C(-1 | -3)$ und $D(8 | 1)$.

a) Gesucht ist der Schnittpunkt S von g und h .

b) Wie lauten die Koordinaten des Mittelpunkts M der Strecke AB ?

c) Wie lautet die Gleichung der Senkrechten zu AB , die noch durch C läuft?

22. g hat die Steigung -0.4 und schneidet die x -Achse bei $x = 6$. Wie lautet die Gleichung von g ? Ohne TR

23. Eine Taxifahrt von 2 km Länge kostet CHF 5.- Dieselbe Firma verlangt für eine Fahrt von 10 km den Betrag von CHF 9.- Wie lautet die lineare Kostenfunktion? Wie hoch sind Kilometertaxe und Grundtaxe? Ohne TR

Quadratische Funktion, quadratische Parabel

24. Eine Parabel hat ihren Scheitel bei $S(2 \mid 1)$ und läuft noch durch $P(0 \mid 4)$. Wie lautet die Parabelgleichung? Ohne TR

25. Die Parabel $p: y = x^2 - x$ wird an der horizontalen Geraden $y = 2$ gespiegelt. Wie lautet die Gleichung der gespiegelten Parabel in Scheitel- und Grundform?

26. $p: f(x) = 3x^2 - 12x + 21$ wird an $P(-2 \mid 0)$ gespiegelt. Gleichung der Bildparabel?

27. Ohne TR möglich: Die Parabel p hat die Gleichung $f(x) = (2x - 4)(5 - x) + 8$.

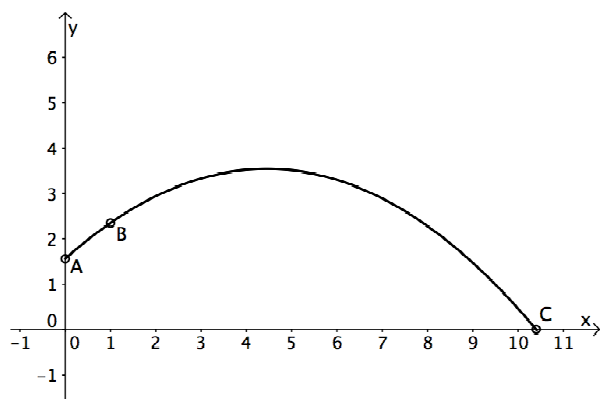
a) Geben Sie die Funktion in der Grundform an.

b) Berechnen Sie die Scheitelkoordinaten.

c) Berechnen Sie die Nullstellen von f .

d) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Parabel p mit der Geraden $g: y = 14x - 20$.

28.



Eine Kugelstösserin stösst die Kugel vom Punkt $A(0 \mid 1.56)$ aus weg. Ein Sensor zeigt noch an, dass die Kugel durch den Punkt $B(1 \mid 2.35)$ fliegt. Bei $C(10.4 \mid 0)$ landet die Kugel auf dem Boden. Die Flugbahn ist eine Parabel und es gilt $e_x = e_y = 1$ m.

a) Berechnen Sie die Gleichung der Flugparabel in der Grundform $y = ax^2 + bx + c$.

b) In welcher Höhe h über dem Boden erreicht die Kugel die höchste Stelle der Flugbahn? Auf cm genau angeben.

Lösungen

$$\begin{aligned}
 1a) & \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right) = \\
 & \left(\frac{1}{a^2} \frac{b^2}{b^2} - \frac{1}{b^2} \frac{a^2}{a^2} \right) \cdot \left(\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} + \frac{b(a+b)}{(a-b)(a+b)} \right) = \\
 & \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \cdot \left(\frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a+b)(a-b)} \right) = \\
 & \frac{(-1)(a^2 - b^2)}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{(a+b)(a-b)} \right) = \frac{(-1)(a^2 - b^2)}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{(a^2 - b^2)} \right) \\
 & = \frac{(-1)(a^2 + b^2)}{a^2 b^2}
 \end{aligned}$$

$$b) \frac{(x^2 + 8x + 16)(5 - x)}{(x^2 - 5x)(x^2 - 16)} = \frac{(x + 4)^2 (-1)(x - 5)}{x(x - 5)(x - 4)(x + 4)} = \frac{-(x + 4)}{x(x - 4)}$$

$$\begin{aligned}
 2. & \frac{1}{x^2 - x} - \frac{5}{x^2 + x} - \frac{1}{1 - x^2} = 0 \\
 & \frac{1}{x(x - 1)} - \frac{5}{x(x + 1)} \boxed{+} \frac{1}{\boxed{x^2 - 1}} = 0 \quad | \cdot x(x - 1)(x + 1) \\
 & x + 1 - 5(x - 1) + x = 0 \iff x + 1 - 5x + 1 + x = 0 \iff -3x + 6 = 0 \iff \\
 & 6 = 3x \iff x = 2
 \end{aligned}$$

3. x = Kapital 1 à 5%, $(x - 6'000)$ = Kapital 2 à 4%
 $0.05x - 420 = 0.04(x - 6000)$. Solver: $x = 18'000$ Fr.

$$\begin{array}{cc}
 4. & \begin{array}{cc} Z & E \\ x & y \\ 10x + y & \end{array} & \begin{array}{cc} Z & E \\ y & x \\ 10y + x & \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 x + y = 8 & x + y = 8 \\
 10x + y - 10 = 2(10y + x) & 8x - 19y = 10 \text{ mode } 5 \ 1 \\
 x = 6. \text{ Die ursprüngliche Zahl ist } 62. &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 5. & \frac{1}{x} = A, \frac{1}{y} = B, \frac{1}{z} = C. \text{ mode } 5 \ 2. \ A = -1, B = 2, C = -2 \\
 & x = -1, y = \frac{1}{2}, z = \frac{-1}{2}
 \end{aligned}$$

6. Substitution: $\frac{1}{x+y} = A, \frac{1}{x-y} = B$

$5A - 2B = 4$

$3A - B = 5 \quad \text{mode 5 1. } A = 6, B = 13$

Re-Substitution:

$\frac{1}{x+y} = 6$

$6x + 6y = 1$

$\frac{1}{x-y} = 13$

$13x - 13y = 1 \quad \text{mode 5 1}$

$x = \frac{19}{156}, y = \frac{7}{156}$

7. |-----|-----|

x km

y km

105 km/h

60 km/h

$\frac{x}{105}$ h

$\frac{y}{60}$ h

$x + y = 120$

$\frac{x}{105} + \frac{y}{60} = \frac{7}{4}$

mode 5 1

x = 35 km, y = 85 km

8. $10x + y = 4(x + y)$

$10x + y + 9 = 10y + x$

Zahl = 12

9. Preis pro Gramm A: 0.0576 Fr. Preis pro Gramm B: 0.0736 Fr.

$x + y = 500$

$0.0576x + 0.0736y = 34$

mode 5 1.

x = 175 g, y = 325 g.

10.

Zeit allein in h	Leistung
------------------	----------

A	x		1/x
---	---	--	-----

B	y		1/y
---	---	--	-----

C	z		1/z
---	---	--	-----

$\frac{15}{x}$	+	$\frac{15}{y}$	=	1
----------------	---	----------------	---	---

$\frac{20}{y}$	+	$\frac{20}{z}$	=	1
----------------	---	----------------	---	---

$\frac{12}{x}$	+	$\frac{12}{z}$	=	1
----------------	---	----------------	---	---

$$1/x = A, 1/y = B, 1/z = C:$$

$$15A + 15B = 1$$

$$20B + 20C = 1$$

$$12A + 12C = 1 \quad \text{mode 5 2.}$$

$$A = 1/20, B = 1/60, C = 1/30. \quad \mathbf{x = 20h, y = 60h, z = 30 h}$$

11.	s	v	t
normal:	x	y	5/6
speziell:	x	(y + 10)	3/4

$$x = \frac{5y}{6} \quad 6x - 5y = 0$$

$$x = \frac{3(y+10)}{4} \quad 4x - 3y = 30 \quad \text{mode 5 1}$$

$$\mathbf{x = 75 km, y = 90 km / h}$$

12. x = Wert 1. Sorte, y = Wert 2. Sorte, z = Wert 3. Sorte

$$5x + 7y + 8z = 56.50$$

$$4x + 6y + 7z = 49$$

$$7y + 4z = 34 \quad \text{mode 5 2.} \quad \mathbf{x = 0.50 Fr., y = 2 Fr., z = 5 Fr.}$$

13.	Zeit allein in min	Leistung	eff. gearb. Zeit
alt	(x + 24)	1/(x + 24)	26
neu	x	1/x	11

$$\frac{26}{x+24} + \frac{11}{x} = 1. \quad \text{Solver. } \mathbf{x = 24 \text{ min.}}$$

14. Substitution: $x^2 = u: 10u^2 = 29u - 20.449$

$$10u^2 - 29u + 20.449 = 0. \quad \text{mode 5 3. } u_1 = \frac{169}{100}, u_2 = \frac{121}{100} \implies$$

$$\mathbf{x_{1;2} = \pm \frac{13}{10}, x_{3;4} = \pm \frac{11}{10}}$$

15. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Hauptnenner: $\bullet (x - 2)$

$x^2 - 2 + x - 2 = 2$. Normalform herstellen:

$x^2 + x - 6 = 0 = (x - 2)(x + 3)$ [Faktorzerlegung, wenn möglich!]

$x = 2$ ist Scheinlösung. $x = -3$.

16.		s	v	t
	A	30	$(x + 5)$	$30 / (x + 5)$
	B	30	x	$30 / x$

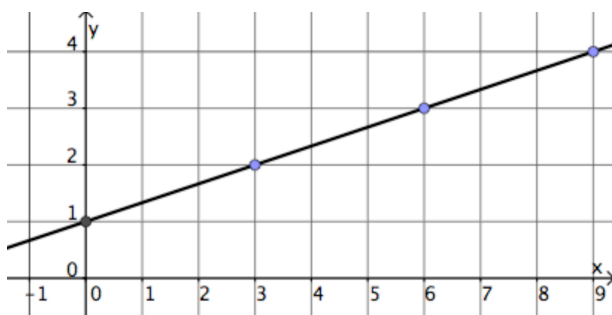
$$\frac{30}{x+5} + \frac{5}{60} = \frac{30}{x}. \text{ Solver: } x = 40 \text{ km / h.}$$

17. Nicht mit Zinssatz p, sondern mit Zoomfaktor (Aufzinsfaktor) q arbeiten! q = Aufzinsfaktor.

$(11000 \cdot q - 1770) \cdot q = 10700$. Solver: $q = 1.07 \Rightarrow p = 7\%$.

18. Zweipunkteaufgabe: $(0 | 1)$, $(15 | 6)$. $m = \frac{6-1}{15-0} = \frac{1}{3}$.

Ansatz: $y = \frac{1}{3}x + q$ $1 = \frac{1}{3} \cdot 0 + q$, $q = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$.



19. $y = \boxed{-0.04}x + 1.2$



20. $g: y = 5x + 2$

$h: y = \boxed{-\frac{1}{5}}x + q$ (Steigung der Senkrechten ist negativer Kehrwert der ursprünglichen Steigung.)

$4 = \frac{-1}{5} \cdot (-2) + q, \quad 4 = \frac{2}{5} + q, \quad 20 = 2 + 5q, \quad 18 = 5q, \quad q = \frac{18}{5}$

$h: y = \frac{-1}{5}x + \frac{18}{5}$

21a) $g: A(1 | 1.5), B(4 | -3). \quad m = \frac{-3-1.5}{4-1} = \frac{-3}{2}$
 $-3 = \frac{-3}{2} \cdot 4 + q, \quad -3 = -6 + q, \quad q = 3, \quad g: y = \frac{-3}{2}x + 3$

$h: C(-1 | -3), D(8 | 1). \quad m = \frac{1-(-3)}{8-(-1)} = \frac{4}{9}$
 $1 = \frac{4}{9} \cdot 8 + q, \quad 9 = 32 + 9q, \quad q = \frac{-23}{9}, \quad h: y = \frac{4}{9}x - \frac{23}{9}$

$g \cap h: \text{Gleichsetzen: } \frac{-3}{2}x + 3 = \frac{4}{9}x - \frac{23}{9} \mid \cdot 18 \implies x_S = \frac{20}{7}$

Einsetzen: $y_S = \frac{-3}{2} \cdot \frac{20}{7} + 3 = \frac{18}{7} \implies S(\frac{20}{7} | \frac{18}{7})$

b) $A(1 | 1.5) \longrightarrow M(2.5 | -0.75) \longleftarrow B(4 | -3)$

c) $g: y = \frac{-3}{2}x + 3 \implies h: y = \boxed{\frac{2}{3}}x + q, \quad C(-1 | -3) \implies -3 = \frac{2}{3} \cdot (-1) + q,$
 $q = -\frac{7}{3} \implies h: y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}.$

22. $g: y = -0.4x + q, \quad N(6 | 0)$ einsetzen: $0 = -0.4 \cdot 6 + q, \quad q = 2.4 \implies$
 $g: y = -0.4x + 2.4$

23. $(2 | 5)$, $(10 | 9)$, $m = 0.5$. $y = 0.5x + q$, $5 = 0.5 \cdot 2 + q$, $q = 4$
 $y = 0.5x + 4$. Pro km 0.50 Fr., Grundtaxe 4 Fr.

24. Scheitelform: $y = a \cdot (x - 2)^2 + 1$. $P(0 | 4)$ einsetzen:
 $4 = a \cdot (0 - 2)^2 + 1$, $4 = 4a + 1$, $3 = 4a$, $a = \frac{3}{4} \implies$
 $y = \frac{3}{4} \cdot (x - 2)^2 + 1$.
 Grundform: $y = \frac{3}{4}(x^2 - 4x + 4) + 1 = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 + 1$
 $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 4$

25. p: $y = x^2 - x + 0$. $a = 1$, $b = -1$, $c = 0$. $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$.
 $y_S = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \implies S_1(\frac{1}{2} | -\frac{1}{4}) \implies S_2(\frac{1}{2} | \frac{17}{4})$, $\boxed{a' = -1}$
 $p_2: y = -1(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{17}{4}$
 $y = -1(x^2 - x + \frac{1}{4}) + \frac{17}{4} = -x^2 + x - \frac{1}{4} + \frac{17}{4} \implies y = -x^2 + x + 4$

26. $y = 3x^2 - 12x + 21$. $a = 3$, $b = -12$, $c = 21$. $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{6} = 3$
 $y_S = 12 - 24 + 21 = 9$. $S_1(2 | 9)$, $P(-2 | 0)$, $S_2(-6 | -9)$. $\boxed{a' = -3}$
 $p_2: y = -3(x + 6)^2 - 9$.
 $y = -3(x^2 + 12x + 36) - 9 = -3x^2 - 36x - 108 - 9 \implies$
 $p_2: y = -3x^2 - 36x - 117$

27. $y = (2x - 4)(5 - x) + 8 = 10x - 2x^2 - 20 + 4x + 8 \implies$
a) $y = -2x^2 + 14x - 12$

b) $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-14}{-4} = \frac{7}{2}$, $y_S = -2 \cdot \frac{49}{4} + \frac{14 \cdot 7}{2} - 12 = 12.5 \implies \mathbf{S(3.5 | 12.5)}$.

c) $-2^2 + 14x - 12 = 0$. $| :(-2)$ $x^2 - 7x + 6 = 0 = (x - 1)(x - 6)$.

$N_1(1 | 0)$, $N_2(6 | 0)$.

d) $-2x^2 + 14x - 12 = 14x - 20$ $| -14x \implies -2x^2 - 12 = -20 \iff$
 $8 = 2x^2 \iff 4 = x^2 \implies x = \begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases} \implies y = 14x - 20 = \begin{cases} 8 \\ -48 \end{cases} \implies$

$S_1(2 | 8)$, $S_2(-2 | -48)$

28. A(0 | 1.56), B(1 | 2.35), C(10.4 | 0).

$$\boxed{\text{Ansatz: } y = ax^2 + bx + c}$$

$$(1): \quad 1.56 = 0 + 0 + c$$

$$(2): \quad 2.35 = a + b + c$$

$$(3): \quad 0 = 10.4^2 a + 10.4b + c$$

$$\text{mode 5 2. } a = -0.1, b = 0.89, c = 1.56$$

a) **p: $y = -0.1x^2 + 0.89x + 1.56$ (Gleichung der Flugbahn)**

$$b) x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-0.89}{-0.2} = 4.45. \quad y_S = -0.1 \cdot 4.45^2 + 0.89 \cdot 4.45 + 1.56 \approx \mathbf{3.54 \text{ m}}$$